

# 1. Liczby rzeczywiste

## Wymagania, jakie stawia przed Tobą egzamin maturalny

### ZDAJĄCY:

- przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg)
- oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych)
- posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach
- oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych
- wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką)
- wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym
- oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia
- posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej
- wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok)

## ZAPAMIĘTAJ!

### Działania na pierwiastkach

Jeżeli  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ ,  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ , to

- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ , dla  $b \neq 0$ .

**Błędem bezwzględnym** przybliżenia  $a$  liczby  $x$  nazywamy wartość bezwzględną różnicy liczby  $x$  i jej wartości przybliżonej, tj.  $|x - a|$ .

**Błędem względnym** przybliżenia  $a$  liczby  $x$  nazywamy stosunek błędu bezwzględnego do wartości bezwzględnej liczby  $x$ .

Błąd względny najczęściej wyrażany jest w procentach, tj.  $\frac{|x-a|}{|x|} \cdot 100\%$

**Notacją wykładniczą** dodatniej liczby  $a$  nazywamy zapis tej liczby w postaci  $a = x \cdot 10^n$ , gdzie  $x \in \langle 1; 10 \rangle$  oraz  $n$  jest liczbą całkowitą.



Do rozwiązania zadań z tego rozdziału wykorzystaj wzory zawarte w rozdziałach 1, 2, 3, 6 załącznika „Wybrane wzory matematyczne”.



# Rozgrzewka



## ZADANIE 1.1

Oblicz:

$$\text{a) } \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1 - 2 \cdot \frac{1}{3}}{4 - 3 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\text{b) } 0,(12) - 0,1(13)$$

$$\text{c) } \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(3 - \sqrt{3})$$

$$\text{d) } \sqrt{32} - 2\sqrt{8}$$

$$\text{e) } 2^2 \cdot (2^3)^2 : (2^4)^2$$

$$\text{f) } \log_3 2 + \log_3 1,5$$

$$\text{g) } \log_{\sqrt{7}} 1 - \log_9 3$$

## ZADANIE 1.2

Oblicz, jakim procentem liczby  $2^{\log_2 6}$  jest liczba  $|1 - \sqrt{2}| + |2 - \sqrt{2}|$ .

## ZADANIE 1.3

Pan Tadeusz założył w banku lokatę, na którą przeznaczył 10 000 zł. Bank oferował w tym czasie lokaty roczne z półroczną kapitalizacją odsetek. Wysokość oprocentowania lokaty wynosiła 6% w skali roku. Ile złotych zyska pan Tadeusz po upływie 1 roku?

## ZADANIE 1.4

Przybliżenie liczby  $\frac{7}{15}$  podano z dokładnością do 0,01 z nadmiarem. Oblicz błąd względny tego przybliżenia.

## ZADANIE 1.5

Uprość ułamki

$$\text{a) } \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{243}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{75} - \sqrt{12}}{\sqrt{27}}$$



# Trening



## Zadania zamknięte

### ZADANIE 1.6

Największy wspólny dzielnik (NWD) liczb 8640 i 252 jest równy

- A.  $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$       B.  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$       C.  $2^6 \cdot 3^3$       D.  $2^2 \cdot 3^2$

### ZADANIE 1.7

Najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW) liczb 600 i 280 jest równa

- A.  $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$       B.  $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$       C.  $2^3 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7$       D.  $2^6 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7$

### ZADANIE 1.8

Liczba całkowitych należących do przedziału  $\langle 1 - \sqrt{7}; 1 + \sqrt{7} \rangle$  jest

- A. 3      B. 4      C. 5      D. nieskończenie wiele

### ZADANIE 1.9

Jeżeli  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ , to wyrażenie  $\frac{b}{a} + 1$  jest równe

- A.  $\frac{7}{4}$       B.  $\frac{7}{3}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$

### ZADANIE 1.10

W zbiorze  $A = \{-3, -2, -1, \dots, 3\}$  liczb pierwszych jest

- A. 5      B. 4      C. 3      D. 2

### ZADANIE 1.11

Największa dwucyfrowa liczba naturalna podzielna przez 17 jest równa

- A. 51      B. 68      C. 98      D. 85

### ZADANIE 1.12

Liczba 110 000 000 040 nie jest podzielna przez

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 9

### ZADANIE 1.13

Liczba, której 0,03% wynosi 9, to

- A. 0,0027      B. 30 000      C. 2700      D. 3000

**ZADANIE 1.14**

Liczbą 10 razy mniejszą od  $\log 100^{10}$  jest liczba

- A. 2                                      B. 20                                      C. 10                                      D. 1

**ZADANIE 1.15**

Wartość wyrażenia  $1 + 4 \log_4 2$  jest równa

- A. -3                                      B. 3                                      C. 8                                      D. 9

**ZADANIE 1.16**

Liczba  $16^{\log_2 3}$  jest równa

- A. 3                                      B. 9                                      C. 27                                      D. 81

**ZADANIE 1.17**

Liczbę  $0,5 \log 25 + \frac{2}{3} \log 27$  można zapisać w postaci

- A.  $\log 14$                                       B.  $\log 45$                                       C. 14                                      D. 45

**ZADANIE 1.18**

Jeżeli  $\log_2 9 = m$ , to  $\log_2 27$  jest równy

- A.  $\frac{3}{4}m$                                       B.  $\frac{3}{2}m$                                       C.  $3m$                                       D.  $3+m$

**ZADANIE 1.19**

Wartość wyrażenia  $\frac{(2^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (2^3)^{\frac{1}{3}}}{2}$  jest równa

- A. -2                                      B. -6                                      C.  $2^{-1}$                                       D.  $2^{-3}$

**ZADANIE 1.20**

Jeśli  $\log_a 16 = 2$ , to liczba  $a$  jest równa

- A. 8                                      B. 4                                      C. 14                                      D. 5

**ZADANIE 1.21**

Wartość wyrażenia  $\frac{|3\sqrt{5}-2|}{4-6\sqrt{5}}$  jest równa

- A.  $-\frac{1}{2}$                                       B.  $\frac{1}{2}$                                       C.  $3\sqrt{5}-2$                                       D.  $6\sqrt{5}-4$

**ZADANIE 1.22**

Pierwiastek sześcienny z liczby  $a = 2 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 2^2)^2$  jest równy

- A. 2                                      B. 4                                      C. 8                                      D. 16

**ZADANIE 1.23**

Iloczyn dwóch liczb naturalnych, z których jedna jest trzy razy większa od drugiej, jest równy 48. Większa z tych liczb jest równa

- A. 8                      B. 9                      C. 10                      D. 12

**ZADANIE 1.24**

Wiadomo, że  $\log_a 2 = \log_b 4 = \log_c 8 = 3$ . Wtedy  $\sqrt{a^3 b^3 c^3}$  jest równy

- A. 27                      B. 8                      C. 64                      D. 16

**ZADANIE 1.25**

Liczba  $b$  jest liczbą odwrotną do  $a = 2^{\sqrt{3}}$ . Zatem

- A.  $b = -2^{\sqrt{3}}$                       B.  $b = -2^{-\sqrt{3}}$                       C.  $b = 2^{\sqrt{3}}$                       D.  $b = 2^{-\sqrt{3}}$

**ZADANIE 1.26**

Wartość wyrażenia  $\frac{(\sqrt{2})^3}{4^{\frac{5}{2}}}$  jest równa

- A.  $256\sqrt{2}$                       B.  $2^{\frac{3}{2}}$                       C.  $64\sqrt{2}$                       D.  $2^{\frac{7}{2}}$

**ZADANIE 1.27**

Odwrotność liczby  $\frac{3-2\sqrt{2}}{2}$  jest równa

- A.  $\frac{2\sqrt{2}-3}{2}$                       B.  $6+4\sqrt{2}$                       C.  $6+2\sqrt{2}$                       D.  $\frac{3+\sqrt{2}}{7}$

**ZADANIE 1.28**

Cenę towaru obniżono dwukrotnie o 20%. Cena tego towaru zmalała o

- A. 64%                      B. 40%                      C. 60%                      D. 36%

**ZADANIE 1.29**

Liczba  $k = 3 \cdot 10^{-12} + 5 \cdot 10^{-11}$  przedstawiona w postaci wykładniczej to

- A.  $k = 5,3 \cdot 10^{-11}$                       B.  $k = 5,3 \cdot 10^{-12}$                       C.  $k = 8 \cdot 10^{-23}$                       D.  $k = 0,53 \cdot 10^{-10}$

**ZADANIE 1.30**

Wartość wyrażenia  $\left[ (1-\sqrt{3})^{-2} + (1+\sqrt{3})^{-2} \right]^{\frac{1}{2}}$  jest równa

- A. 2                      B.  $\sqrt{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

**ZADANIE 1.31**

Wartość wyrażenia  $(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3^2})^3$  jest równa

- A.  $6^3$                       B. 72                      C. 18                      D. 6

**ZADANIE 1.32**

Czwarta część liczby  $a = 2^{10} + 2^{10} + 2^{10} + 2^{10}$  jest równa

A.  $2^{10}$

B.  $2^{38}$

C.  $4 \cdot 2^{10}$

D.  $\frac{1}{4} \cdot 8^{40}$

**Zadania otwarte****ZADANIE 1.33**

Oblicz.

a)  $(\sqrt{3}-3)^2(\sqrt{3}+3)^2$

b)  $2(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) - (\sqrt{2}-1)^2$

c) 16% liczby  $3^{\log_3 20}$

**ZADANIE 1.34**

Wykonaj działania na potęgach.

a)  $\frac{(2^3)^2 : 2^4}{2 \cdot 2^3}$

b)  $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}}$

**ZADANIE 1.35**

Przedstaw wyrażenie w postaci potęgi liczby pierwszej (2, 3, 5, ...). Dobierz właściwą podstawę potęgi.

a)  $4^{-3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (2^{-4})^{-3}$

b)  $2\sqrt{2} \cdot \left[ \frac{8^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot 2^3}{2 : (\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2})} \right]^{\frac{1}{2}}$

c)  $\frac{\sqrt[3]{3} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{9} \cdot 3}$

d)  $\sqrt[3]{8^3 \sqrt{4^3 \sqrt{2}}}$

e)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot \dots \cdot \frac{1}{512}$

f)  $\frac{8^{\frac{2}{3}} \cdot 64}{\sqrt[3]{16} \cdot 4^{\frac{1}{2}}}$

g)  $\frac{\sqrt[3]{2} \cdot 128}{0,125 \cdot 8^{\frac{4}{3}}}$

h)  $\frac{\sqrt[3]{16} \cdot (2^3)^{-1} : 2^{-3}}{\left(\frac{1}{8} \cdot \sqrt{2}\right)^{-1}}$

i)  $5 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{5}$







# Maturalne zawody



## ZADANIE 1.66

Liczbą odwrotną do liczby  $\sqrt{2}$  jest liczba

- A.  $-\sqrt{2}$                       B.  $2^{\frac{1}{2}}$                       C.  $-2^{\frac{1}{2}}$                       D.  $2^{-\frac{1}{2}}$

## ZADANIE 1.67

Suma dwóch liczb jest równa 21. Jedna z nich jest dwa razy większa od drugiej. Mniejsza z tych liczb jest równa

- A. 7                                  B. 8                                  C. 6                                  D. 11,5

## ZADANIE 1.68

Liczba 100 razy większa od liczby  $100^{100}$  jest równa

- A.  $100^{200}$                       B.  $10\,000^{100}$                       C.  $100^{10\,000}$                       D.  $100^{101}$

## ZADANIE 1.69

Liczba 10 200 300 040 000 nie jest podzielna przez

- A.  $10^4$                               B. 25                              C. 12                              D. 2500

## ZADANIE 1.70

Wartość wyrażenia  $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$  jest równa

- A. 6                                  B.  $6 + \sqrt{35}$                       C.  $6 - \sqrt{35}$                       D.  $12 + 2\sqrt{35}$

## ZADANIE 1.71

Wiadomo, że  $\log_2 a = b$  ( $a > 0$ ). Wtedy  $\log_2 a^2$  jest równy

- A.  $b$                                   B.  $2b$                                   C.  $\frac{1}{2}b$                                   D.  $b+2$

## ZADANIE 1.72

Liczba, której 20% pomniejszone o 3 wynosi 6, jest równa

- A. 45                                  B. 30                                  C. 39                                  D. 34

**ZADANIE 1.73**

Jeżeli  $\frac{b-1}{a} = \frac{1}{2}$ , to

- A.  $b-1 = \frac{1}{2}a$       B.  $\frac{a-2}{b} = -2$       C.  $a=2b+2$       D.  $a = 2 - 2b$

**ZADANIE 1.74**

Liczbę  $a = 2 \log 3 + 3 \log 2$  można zapisać w postaci

- A.  $\log 17$       B.  $\log 72$       C.  $\log 36$       D.  $\log 12$

**ZADANIE 1.75**

Oblicz  $x^{-2}$ , jeżeli  $x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ .

**ZADANIE 1.76**

Kwadrat każdej z trzech kolejnych liczb naturalnych zwiększono o 1. Wykaż, że tak otrzymana suma liczb przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

**ZADANIE 1.77**

Klient pewnego banku wziął 1230 zł pożyczki i spłacał ją w dwunastu równych ratach. Jakie było oprocentowanie pożyczki w stosunku rocznym, jeżeli wysokość jednej raty wynosiła 123 zł?

**ZADANIE 1.78**

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste spełniające obie nierówności:  $-4 \leq x < 3$  i  $x^2 - 5x \leq 0$ .

**ZADANIE 1.79**

Wykaż, że liczba  $x = 2 \log_{\frac{1}{36}} 3 + \log_{\frac{1}{36}} 4$  jest największą liczbą całkowitą ujemną.



# IGRZYSKA MATURALNE



WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych zaznacz, poprzez otoczenie kółkiem litery, jedną prawidłową odpowiedź.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (25–33) może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

ARKUSZ 1

**Czas pracy:  
170 minut**

**Liczba  
punktów  
do uzyskania:  
50**

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

### Zadanie 1. (1 pkt)

Jeżeli  $\frac{a}{b} = 5$ , to wartość wyrażenia  $\frac{a+b}{a}$  jest równa

- A. 6                      B.  $\frac{6}{5}$                       C.  $\frac{5}{6}$                       D. 4

### Zadanie 2. (1 pkt)

Wiadomo, że  $\log_5 16 = a$  i  $\log_5 2 = b$ . Wówczas

- A.  $b = 4a$                       B.  $a = 2b$                       C.  $a = b^4$                       D.  $a = 4b$

### Zadanie 3. (1 pkt)

Wartość wyrażenia  $(\sqrt{32} - \sqrt{128})^2$  jest równa

- A. 32                      B. 160                      C. 96                      D.  $16\sqrt{2}$

### Zadanie 4. (1 pkt)

Jednym z rozwiązań równania  $\frac{x+3}{x} = 2x$  jest liczba

- A. 1                      B. -1                      C.  $-\frac{3}{2}$                       D. 0

### Zadanie 5. (1 pkt)

Liczba rozwiązań równania  $2x(x-1)(x^2-3) = 0$  jest równa

- A. 5                      B. 4                      C. 3                      D. 2

### Zadanie 6. (1 pkt)

Ile liczb całkowitych spełnia nierówność  $-2(x+2)(x-8) > 0$ ?

- A. 7                      B. 8                      C. 9                      D. 11

### Zadanie 7. (1 pkt)

Wiadomo, że liczby  $a$  i  $b$  spełniają warunek:  $a = 2b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}_+$ . Wówczas

- A. liczba  $b$  jest dwa razy większa od liczby  $a$   
B. liczba  $a$  jest o 50% większa od liczby  $b$   
C. liczba  $b$  stanowi 50% liczby  $a$   
D. liczba  $a$  jest o 2 większa od liczby  $b$

## BRUDNOPIS

